



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра фундаментальной математики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

 Е.В.Ерёмина

(подпись)

« 1 » сентября 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Алгебра и геометрия**

|  |                     |
|--|---------------------|
| Уровень высшего образования:                           | бакалавриат         |
| Квалификация выпускника:                               | бакалавр            |
| Направление подготовки:                                | 01.03.01 Математика |
| Направленность (профиль)<br>образовательной программы: | Математика          |



### **1. Цели освоения дисциплины «Алгебра и геометрия» :**

1) получение базовых знаний в основополагающих разделах алгебры и геометрии: элементы теории полей и колец, линейной алгебры, алгебры многочленов, геометрии евклидовых пространств;

2) знакомство с ключевыми алгебраическими алгоритмами и их использованием для описания геометрических структур и данных;

3) начальные сведения о компьютерных алгебраических системах, их организацией, назначением, синтаксисом внутреннего языка.

При освоении дисциплины развивается общематематическая культура, приобретаются навыки практических вычислений, качественного и численного исследования изучаемых проблем.

### **2. Место дисциплины в структуре ОП**

Дисциплина «Алгебра и геометрия» входит в обязательную часть учебного плана. Для ее успешного изучения необходимы «входные» знания и умения в области математики, полученные в процессе обучения по программе средней школы.

Дисциплина является составной, призвана демонстрировать взаимодействие и взаимное проникновение алгебраических и геометрических понятий и методов. Связана она также с такими дисциплинами учебного плана как «Математический анализ», «Дискретная математика», «Практикум по элементарной математике». Эти дисциплины предоставляют материал для примеров и служат сферой ключевых приложений алгебраических теорий и алгоритмов. Взаимная зависимость алгебры, геометрии, анализа и дискретной математики является глубокой и прослеживается на всем протяжении изучения математики. Следующие дисциплины, изучаемые на втором-четвертом курсах, также используют материал данного курса: «Математическая логика и теория алгоритмов», «Дополнительные главы алгебры», «Теория чисел», «Компьютерная алгебра», «Компьютерная геометрия».

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать: содержание основных разделов школьного курса математики.

Уметь: решать алгебраические уравнения и неравенства.

Иметь: навыки математических рассуждений и доказательств.

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

#### **3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина**

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

#### **3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения формируемых компетенций**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

##### **Знать:**

- основы теории числовых систем, линейной алгебры, алгебры многочленов, включая их приложения к аналитической геометрии (ОПК-1.1);

- основные понятия и классические результаты алгебры и геометрии; основные алгебраические алгоритмы и алгоритмы представления геометрической информации (ОПК-1.1).

##### **Уметь:**

- воспроизводить доказательства основных классических результатов алгебры и геометрии, строить новые доказательства (ОПК-1.2);



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

- корректно ставить математические задачи и решать их (ОПК-1.2);
- выполнять алгебраические действия над матрицами, решать системы линейных уравнений; вычислять определители, строить базисы в подпространствах конечномерных линейных пространств, вычислять ранги матриц; использовать соответствующие методы в задачах аналитической геометрии (взаимное расположение прямых и плоскостей) (ОПК-1.2);
- решать задачи на построение ортогональных базисов в конечномерных евклидовых пространствах и, в частности, на использование скалярного, векторного и смешанного произведений при вычислении длин, площадей и объемов в аналитической геометрии (ОПК-1.2);
- исследовать свойства многочленов от одной и нескольких переменных, находить их корни (ОПК-1.2);
- решать задачи на исследование линейных отображений (операторов) в конечномерных линейных (евклидовых) пространствах, на пересчет соответствующих матриц при замене базисов; находить характеристические многочлены, собственные значения и собственные подпространства для линейных операторов, в частности, - для самосопряженных операторов в евклидовых пространствах (ОПК-1.2);
- решать задачи на исследование симметрических билинейных и квадратичных форм (приведение к каноническому диагональному виду и к главным осям в евклидовом пространстве), в частности, - применительно к исследованию кривых и поверхностей второго порядка в аналитической геометрии (ОПК-1.2).

**Иметь:**

- высокий уровень математической и информационной культуры, навыки самостоятельной исследовательской работы (ОПК-1.3);
- навыки владения методами и алгоритмами линейной алгебры и евклидовой геометрии, теории многочленов (ОПК-1.3);
- навыки работы с алгебраическими и геометрическими объектами различной природы (ОПК-1.3).

**4. Объем и содержание дисциплины:**

Объем дисциплины составляет 19 зачетных единиц (684 академических часа).

**4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа**

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

| № п/п                | Разделы (темы) дисциплины              | Семестр | Виды занятий, их объем (в ак. часах) |              | Формы контроля успеваемости и промежуточной аттестации |
|----------------------|--|---------|--------------------------------------|--------------|--|
|                      |  |         | лекционные                           | практические |  |
| 1.                   | Векторная алгебра и геометрия          | 1       | 14                                   | 12           |  |
| 2.                   | Матрицы, комплексные числа, многочлены | 1       | 14                                   | 14           |  |
| 3.                   | Фигуры второго порядка                 | 1       | 14                                   | 14           |  |
| 4.                   | Начала линейной алгебры                | 1       | 14                                   | 12           |  |
| 5.                   | Определители                           | 1       | 14                                   | 12           |  |
| Итого за семестр:    |  |         | 70                                   | 64           | Экзамен  |
| 6.                   | Квадратичные формы                     | 2       | 16                                   | 14           |  |
| 7.                   | Линейные операторы                     | 2       | 16                                   | 16           |  |
| 8.                   | Евклидовы пространства                 | 2       | 16                                   | 14           |  |
| 9.                   | Группы, кольца, поля                   | 2       | 18                                   | 16           |  |
| Итого за семестр:    |  |         | 66                                   | 60           | Экзамен  |
| Итого по дисциплине: |  |         | 136                                  | 124          |  |



#### **4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)**

1. Векторы в пространстве. Скалярное, смешанное и векторное произведение.

Определители второго и третьего порядков. Задание прямой и плоскости. Взаимное расположение прямых и плоскостей.

2. Введение в системы линейных уравнений. Смена координат и матричный язык. Комплексные числа. Основная теорема алгебры многочленов.

3. Эллипсы, параболы и гиперболы. Общее уравнение линии второго порядка. Поверхности второго порядка.

4. Системы линейных уравнений. Линейные пространства строк и столбцов. Действия с подпространствами.

5. Комбинаторное строение определителей. Свойства определителей. невырожденные матрицы.

6. Билинейные и квадратичные формы. Вещественные квадратичные формы.

7. Линейные отображения.

8. Евклидовы пространства.

9. Группы, кольца, поля.

#### **5. Образовательные технологии**

Лекции с использованием компьютерных презентаций.

Практические занятия с использованием активных форм, в частности, - технологий *проблемного обучения* (не менее 30% занятий). Основной тип проблемных ситуаций - *решение учебных проблем*, чем обеспечивается сознательность, глубина и прочность знаний, повышение уровня самостоятельности обучающихся, выработка у них способности к актуализации ранее полученных и вновь приобретаемых знаний.

Важным аспектом организации учебного процесса является *параллельное* изучение алгебраических и геометрических разделов.

#### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов состоит в следующем: работа с конспектами лекций, изучение литературы, выполнение домашних заданий, подготовка к экзаменам.

Методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в Приложении 1 к рабочей программе.

#### **7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Предусмотрены:

- письменные контрольные работы;

- экзамены в каждом из двух семестров, программа которых включает как теоретические вопросы, так и практическую часть (задачи); оценка по практической части формируется по совокупности результатов контрольных работ (в данном семестре).

Фонд контрольных заданий по дисциплине является мобильным; критерии оценки вырабатываются оперативно; предусматривается своевременное ознакомление студентов с демонстрационными вариантами заданий, образцами их выполнения и критериями оценки.

##### ***Критерии оценки контрольной работы студента:***

Оценка «отлично» выставляется студенту, если:

1) работа выполнена полностью;

2) в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

3) в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если:

1) работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

2) допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, или чертежах (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если:

допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках или чертежах, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если:

допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Типовые варианты контрольной работы представлены в фонде оценочных средств (Приложение 2).

Итоговой формой контроля является устный экзамен, который проводится 2 раза – по результатам каждого из двух семестров. Экзаменационный билет содержит 2 теоретических вопроса и задачу.

***Критерии оценки устного ответа студентов на экзамене:***

Оценка «отлично» выставляется студенту, если:

1) полно раскрыто содержание учебного материала в объеме, предусмотренном программой, изложен материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;

2) правильно выполнены рисунки и чертежи, сопутствующие ответу;

3) продемонстрировано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;

4) продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при отработке умений и навыков;

5) ответ самостоятельный без наводящих вопросов преподавателя. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые студент легко исправил по замечанию преподавателя.

Оценка «хорошо» выставляется, если:

ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «отлично», но при этом имеет один из недостатков:

1) в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;

2) допущены один–два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя;

3) допущена ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если:

1) неполно или непоследовательно раскрыто содержание учебного материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала;

2) имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

3) студент не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;

4) при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если:

1) не раскрыто основное содержание учебного материала;

2) обнаружено незнание или непонимание студентом большей или наиболее важной части учебного материала;

3) допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В. Беклемишев. – 12-е изд., испр. – Москва: Физматлит, 2009. – 309 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>. – ISBN 978-5-9221-0979-6. – Текст : электронный.

2. Беклемишева, Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре / Л.А. Беклемишева, А.Ю. Петрович, И.А. Чубаров; ред. Д.В. Беклемишев. – 2-е изд., перераб. – Москва : Физматлит, 2006. – 496 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82795>. – ISBN 5-9221-0010-6. – Текст : электронный.

3. Винберг, Э.Б. Курс алгебры / Э.Б. Винберг. – Москва : МЦНМО, 2011. – 591 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299>. – ISBN 978-5-94057-685-3. – Текст : электронный.

4. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 7-е изд., стер. – Москва : Физматлит, 2009. – 224 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>. – ISBN 978-5-9221-0511-8. – Текст : электронный.

5. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>

6. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>

7. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>

8. Сборник задач по алгебре : задачник / под ред. А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63274>

9. Яцкин Н. И. Алгебра: Теоремы и алгоритмы. Учеб. пособие. Иваново: Иван. гос. ун-т, 2006.

10. Яцкин Н. И. Линейная алгебра: Теоремы и алгоритмы. Учеб. пособие. Иваново: Иван. гос. ун-т, 2008.

Дополнительная литература:



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

1. Белова, Т.И. Аналитическая геометрия. Векторная алгебра. Кривые второго порядка / Т.И. Белова, А.А. Грешилов. – Москва : Логос, 2004. – 122 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84689>. – ISBN 5-94010-204-2. – Текст : электронный.
2. Веретенников, В.Н. Сборник задач по математике. Аналитическая геометрия / В.Н. Веретенников. – Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2018. – 166 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480175>. – Библиогр.: с. 162. – ISBN 978-5-4475-9502-9. – DOI 10.23681/480175. – Текст: электронный.
3. Кадомцев, С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2011. – 168 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>. – ISBN 978-5-9221-1290-1. – Текст : электронный.
4. Остыловский, А.Н. Аналитическая геометрия / А.Н. Остыловский. – Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2011. – 92 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=229150>. – ISBN 978-5-7638-2196-3. – Текст : электронный.
5. Пихтилькова, О. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: курс лекций / О. Пихтилькова, С.А. Пихтильков, А. Павленко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Оренбургский государственный университет». – Оренбург : ОГУ, 2015. – 281 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485374>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7410-1324-3. – Текст: электронный.
6. Чеголин, А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / А.П. Чеголин; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет». – Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2015. – 149 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=445132>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9275-1728-2. – Текст : электронный.
7. Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии / Под ред. Н. В. Ефимова. – 14 изд., испр. – М.: Наука, 1986. 106 экземпляров.
8. Погорелов А. В. Аналитическая геометрия: [Учебник]. – 4 –е изд., перераб. –М.: Наука, 1978. – 208 с. 57 экземпляров.
9. Кострикин А. И. Введение в алгебру. М.: Наука, 1977.- 495 с. 108 экземпляров.
10. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. 11-е изд, стереотип. – М.: Наука, 1975. 43 экземпляра.
11. Фаддеев Д. К. Сборник задач по высшей алгебре. - 11 –е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1977. – 288 с. 120 экземпляров.
12. Яцкин Н. И. Алгебра: Теоремы и алгоритмы: Учеб. пособие. Иваново: ИвГУ, 2008. – 606 с. – 98 экз.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»  
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

---

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru);  
<http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/ebs-universitetskaya-biblioteka>  
Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/elibnew>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации: демонстрационные устройства, электронные пособия (презентации), печатные пособия (таблицы, схемы).

