



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра фундаментальной математики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

 Е.В.Ерёмина  
(подпись)

«\_1\_»\_сентября\_\_\_\_\_2021 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
Математические методы в естествознании

|  |                     |
|--|---------------------|
| Уровень высшего образования:                           | бакалавриат         |
| Квалификация выпускника:                               | бакалавр            |
| Направление подготовки:                                | 01.03.01 Математика |
| Направленность (профиль)<br>образовательной программы: | Математика          |

Иваново



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

### 1. Цели освоения дисциплины

- изучить основные математические структуры, необходимые при решении возникающих в естествознании задач;
- овладеть применением математических методов при формализации и решении возникающих в естествознании задач.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина входит в вариативную часть.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать: основные понятия, утверждения и методы алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дискретной математики, дифференциальных уравнений.

Уметь: решать типовые задачи алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дискретной математики, дифференциальных уравнений.

Владеть: навыками применения методов алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дискретной математики, дифференциальных уравнений.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: дополнительные главы математического анализа и геометрии, учебная практика, практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков в научно-исследовательской деятельности.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

#### 3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

а) общепрофессиональные (ОПК):

ОПК – 2: Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении.

б) профессиональные (ПК):

#### 3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- математические модели и методы их исследования, применяемые для решения задач в области математики и компьютерных наук (ОПК – 2);

- теоретические результаты в области математики и естественных наук, используемые в математике и компьютерных науках (ОПК – 2);

- технические и программные средства реализации информационных процессов (ОПК – 2);

- основные математические структуры, необходимые при решении возникающих в естествознании задач (ОПК – 2);

- связи между основными математическими структурами, необходимыми при решении возникающих в естествознании задач, закономерности, которым они подчинены и тот математический аппарат, при помощи которого устанавливаются эти закономерности (ОПК – 2);

- основы методологии естественнонаучного познания реального мира с учётом специфики математических и естественнонаучных процедур (ОПК – 2);

- основы фундаментальных теорий об окружающем мире, законы развития антропогенного мира, понимать законы человеческой деятельности о сквозных идеях, подходах, принципах, категориях, имеющих характер всеобщности (ОПК – 2);

- иметь теоретическое знание о структуре, логической организации, методах и средствах деятельности, направленной на математическое моделирование реальных процессов (ОПК – 2);



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

- способы исследования моделей, границ применимости естественнонаучных методов математического моделирования (ОПК – 2);
- фундаментальные области основных математических дисциплин, необходимые при решении возникающих в естествознании задач (ОПК – 2);
- основные методы доказательства математических утверждений, которые используются при решении возникающих в естествознании задач (ОПК – 2).

Уметь:

- использовать математические модели и теоретические результаты в областях, использующих математические методы и компьютерные технологии (ОПК – 2);
- применять методы решения различных задач с использованием математического моделирования процессов, объектов и программного обеспечения (ОПК – 2);
- разрабатывать эффективные методы решения задач естествознания, техники, экономики и управления (ОПК – 2);
- применять компьютеры и телекоммуникации, специальное оборудование, программные и аппаратные средства, системы обработки информации в области информационной и библиографической культуры (ОПК – 2);
- воспроизвести основные математические факты, необходимые при решении возникающих в естествознании задач, с помощью общепринятой математической символикой в строгих математических терминах (ОПК – 2);
- распознать математические объекты, относящиеся к отдельной предметной области и существующие между ними закономерности (ОПК – 2);
- установить связи между различными математическими понятиями, необходимыми при решении возникающих в естествознании задач, используя математический аппарат данной конкретной области (ОПК – 2);
- видеть за абстракциями и формальными методами и моделями реальную действительность, изучение которой привело к созданию этих моделей и абстракций (ОПК – 2);
- в процессе изучения различных форм движения материи или форм передачи информации отвлекаться от их содержания, выделяя сущностные стороны процесса, подлежащие математическому моделированию (ОПК – 2);
- выполнять содержательную и концептуальную постановку задачи и интерпретировать результат её решения (ОПК – 2);
- отличать виды математических теорем, выделять необходимые и достаточные условия различных свойств математических объектов, которые используются при решении возникающих в естествознании задач (ОПК – 2).

Владеть:

- методами математического и алгоритмического моделирования при анализе задач в областях, использующих математические методы и компьютерные технологии (ОПК – 2);
- методами решения различных задач с использованием математического моделирования процессов, объектов и программного обеспечения, разработкой эффективных методов решения задач естествознания (ОПК – 21);
- средствами ввода и манипулирования текстовой и графической информацией (ОПК – 2);
- терминологией областей математики, используемых при решении возникающих в естествознании задач (ОПК – 2);
- способами устанавливать связи между математическими идеями и теориями областей математики, которые используются при решении возникающих в естествознании задач (ОПК – 2);
- конкретной системой научных методов познания с помощью фундаментальных естественнонаучных идей, подходов, принципов, понятий и математических моделей (ОПК – 2);
- операциями прогнозирования, сравнения и оценки, интерпретирования (ОПК – 2);



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

- знаниями в области основных математических дисциплин, которые используются при решении возникающих в естествознании задач (ОПК – 2);
- методами формулировки и доказательствами математических утверждений, которые используются при решении возникающих в естествознании задач (ОПК – 2).

#### 4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 академических часа).

##### 4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

| № п/п                | Разделы (темы) дисциплины                                   | Семестр | Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения) |                           | Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения) |
|----------------------|---|---------|---|---------------------------|--|
|                      |   |         | Занятия лекционного типа                                      | Занятия семинарского типа | Формы промежуточной аттестации                                 |
| 1.                   | Введение. Примеры задач естествознания, их формализация.    | 6       | 2   | 2                         | Выступления на занятиях семинарского типа.                     |
| 2.                   | Основные определения и классификация экстремальных задач.   | 6       | 2   | 2                         | Выступления на занятиях семинарского типа.                     |
| 3.                   | Теоремы существования решения в экстремальных задачах.      | 6       | 6   | 4                         | Выступления на занятиях семинарского типа.                     |
| 4.                   | Гладкие конечномерные экстремальные задачи без ограничений. | 6       | 6   | 4                         | Выступления на занятиях семинарского типа.                     |
| 5.                   | Задачи математического программирования.                    | 6       | 4   | 4                         | Выступления на занятиях семинарского типа.                     |
| 6.                   | Задачи выпуклого программирования.                          | 6       | 4   | 4                         | Выступления на занятиях семинарского типа.                     |
| 7.                   | Простейшая задача классического вариационного исчисления.   | 6       | 6   | 6                         | Выступления на занятиях семинарского типа.                     |
| 8.                   | Задачи, сводящиеся к решению интегральных уравнений         | 6       | 4   | 4                         |  |
| Итого за семестр:    |   |         | 34  | 30                        | Экзамен  |
| Итого по дисциплине: |   |         | 34  | 30                        |  |

##### 4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

1. Введение. Примеры задач естествознания, их формализация.
  - 1.1. Задача Архимеда.
  - 1.2. Задача Аполлония.
  - 1.3. Задача о брахистохроне.
  - 1.4. Задача навигации.
2. Основные определения и классификация экстремальных задач.
  - 2.1. Общие экстремальные задачи: постановка, основные определения, типы ограничений.
  - 2.2. Расширенная постановка экстремальной задачи, нижнее и верхнее значения экстремальной задачи, минимизирующая и максимизирующая последовательности.
  - 2.3. Классы экстремальных задач.
3. Теоремы существования решения в экстремальных задачах.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

- 3.1. Теорема Вейерштрасса.
- 3.2. Теорема Лебега.
- 3.3. Теорема для некомпактного ограничения в случае роста функционала на бесконечности вдоль ограничения.
4. Гладкие конечномерные экстремальные задачи без ограничений.
  - 4.1. Постановка гладкой конечномерной экстремальной задачи без ограничений, определения.
  - 4.2. Необходимые условия экстремума 1-ого порядка.
  - 4.3. Необходимые условия экстремума 2-ого порядка.
  - 4.4. Достаточные условия экстремума 2-ого порядка.
  - 4.5. Алгоритм решения гладкой конечномерной экстремальной задачи без ограничений.
5. Задачи математического программирования.
  - 5.1. Постановка общей задачи математического программирования, определения.
  - 5.2. Задачи математического программирования с ограничениями в виде равенств и неравенств.
  - 5.3. Теорема о неявной функции, лемма о допустимом векторе.
  - 5.4. Функция Лагранжа.
  - 5.5. Правило множителей Лагранжа для задачи математического программирования с ограничениями в виде равенств. Вырожденные и регулярные стационарные точки.
  - 5.6. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
  - 5.7. Правило множителей Лагранжа для задачи математического программирования с ограничениями в виде равенств и неравенств.
6. Задачи выпуклого программирования.
  - 6.1. Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества в линейных пространствах, выпуклые функции.
  - 6.2. Постановка общей задачи выпуклого программирования как задачи минимизации выпуклой функции на выпуклом множестве. Постановка простейшей задачи выпуклого программирования.
  - 6.3. Основное свойство общей задачи выпуклого программирования об абсолютном минимуме.
  - 6.4. Теорема Куна-Таккера. Условие Слейтера.
7. Простейшая задача классического вариационного исчисления.
  - 7.1. Постановка простейшей задачи классического вариационного исчисления. Понятия слабого и сильного локальных экстремумов в простейшей задаче классического вариационного исчисления, связь между этими видами экстремумов.
  - 7.2. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Допустимые экстремали. Первые интегралы уравнения Эйлера-Лагранжа.
  - 7.3. Квадратичные простейшие задачи классического вариационного исчисления. Формула приращения квадратичного функционала.
  - 7.4. Достаточные условия абсолютного экстремума в квадратичной простейшей задаче классического вариационного исчисления.
  - 7.5. Неравенство Виртингера.
  - 7.6. Примеры простейших задач классического вариационного исчисления: решение задачи о брахистохроне, постановка и решение задачи о гармоническом осцилляторе.
8. Задачи, сводящиеся к решению интегральных уравнений.
  - 8.1. Понятие интегрального уравнения. Классификация интегральных уравнений.
  - 8.2. Нелинейные интегральные уравнения. Уравнение Урысона, уравнение Гаммерштейна, нелинейное уравнение Вольтерра.
  - 8.3. Примеры задач, сводящихся к решению интегральных уравнений.
  - 8.4. Метод последовательных приближений решения интегральных уравнений.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

- 8.5. Теоремы существования и единственности решений интегральных уравнений.
- 8.6. Теоремы Фредгольма. Альтернатива Фредгольма.
- 8.7. Повторные ядра. Резольвента.
- 8.8. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.
- 8.9. Аппроксимация решения интегрального уравнения с невырожденным ядром решением интегрального уравнения с вырожденным ядром.

## **5. Образовательные технологии**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: технологии смешанного обучения, технология проблемного обучения.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Специфика компетентностно-ориентированного подхода, лежащего в основе действующих образовательных стандартов, обуславливает необходимость правильной и эффективной организации самостоятельной работы студентов. Для успешного изучения курса студентам следует не только посещать все лекционные занятия и занятия семинарского типа, но и как можно больше работать самостоятельно с учебниками, учебными и учебно-методическими пособиями, монографиями, научными журналами, сборниками статей, материалами конференций, в научных, в том числе электронных, библиотеках. В связи с этим студентам рекомендуется обратить особое внимание на список литературы по дисциплине. В нем указана учебная и научная литература, ресурсы Интернета, которые могут быть использованы как для подготовки к занятиям, так и при подготовке к итоговой отчетности по дисциплине.

Для эффективного формирования знаний, умений и навыков, предусмотренных программой курса, студентам важно правильно организовать подготовку к аудиторным занятиям.

Лекции – форма учебного занятия, цель которого состоит в рассмотрении теоретических вопросов излагаемой дисциплины в логически выдержанной форме. Весьма полезной для овладения материалом является «система опережающего чтения», когда студент предварительно прочитывает по темам лекций материал, содержащийся в учебниках, учебных и учебно-методических пособиях, что позволяет более глубоко воспринимать лекции преподавателя. Поможет получить новые знания и систематизировать их составление студентами конспектов прочитанных работ в соответствии с содержанием программы и примерным перечнем контрольных вопросов. Это также существенно облегчит подготовку к аттестации по дисциплине.

Занятия семинарского типа – групповая форма занятий, проходящих при активном участии студентов. Они способствуют углублённому изучению наиболее сложных вопросов дисциплины и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы студентов. На этих занятиях студенты учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, вести полемику, убеждать, доказывать, опровергать, отстаивать свои убеждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Умение выступать перед аудиторией и грамотно обосновывать свою позицию – необходимые навыки. Занятия семинарского типа призваны не только углубить и закрепить теоретические знания студентов, но и научить пользоваться этими знаниями на практике. На занятия семинарского типа выносятся наиболее важные и сложные для изучения темы курса. Качество самостоятельной работы студентов проверяется преподавателем во время занятий семинарского типа путем проведения устного опроса.

Для организации самостоятельной работы студентов по освоению учебного материала практикуется выдача студентам учебной литературы (см. список литературы) и методических указаний (см. приложение 1 к данной РП) в текстовой или электронной форме. Для самоконтроля и подготовки студентов к итоговой отчетности по дисциплине выдается список вопросов.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

## **7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Текущий контроль: выступления на занятиях семинарского типа.

Итоговый контроль: устный зачет. В билет входят 2 теоретических вопроса и одно компетентностно-ориентированное задание. Каждое из заданий билета оценивается по 5-ти балльной шкале. Итоговый результат за ответ определяется как среднее арифметическое между полученными им баллами за ответы на теоретические вопросы и решение компетентностно-ориентированного задания (при необходимости используется округление до ближайшего целого числа).

Оценка «отлично» выставляется студенту, если среднее арифметическое (или его округление до целого) между полученными студентом баллами за ответы на теоретические вопросы и решение компетентностно-ориентированного задания равно 5. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если среднее арифметическое (или его округление до целого) между полученными студентом баллами за ответы на теоретические вопросы и решение компетентностно-ориентированного задания равно 4. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если среднее арифметическое (или его округление до целого) между полученными студентом баллами за ответы на теоретические вопросы и решение компетентностно-ориентированного задания равно 3. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если среднее арифметическое (или его округление до целого) между полученными студентом баллами за ответы на теоретические вопросы и решение компетентностно-ориентированного задания равно 2.

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

Основная литература:

1. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения: учебное пособие / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2003. - 78 с. - ISBN 5-9221-0275-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68122>
2. Крутиков, В.Н. Методы оптимизации : учебное пособие / В.Н. Крутиков. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2011. - 92 с. - ISBN 978-5-8353-1132-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232682>
3. Летова, Т.А. Методы оптимизации. Практический курс : учебное пособие / Т.А. Летова, А.В. Пантелеев. - Москва : Логос, 2011. - 424 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-540-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84995>
4. Мицель, А.А. Методы оптимизации : учебное пособие / А.А. Мицель, А.А. Шелестов, В.В. Романенко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР), ФАКУЛЬТЕТ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ (ФДО). - Томск : ТУСУР, 2017. - 198 с. : ил. - Библиогр.: с.193-194. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=481034>
5. Моклячук М. П. Вариационное исчисление. Экстремальные задачи. Учебник - Москва — Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. <http://www.biblioclub.ru/book/114732/>
6. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации : учебное пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. - 2-е изд. - Москва : Физматлит, 2011. - 368 с. - ISBN 978-5-9221-0559-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76629>
7. Федунец, Н.И. Методы оптимизации : учебное пособие / Н.И. Федунец, Ю.Г. Черников. - Москва : Горная книга, 2009. - 376 с. - ISBN 978-5-7418-0557-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=229023>



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

Дополнительная литература:

1. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации / Алексеев В. М., Галеев Э. М., Тихомиров В. М. М.: Физматлит, 2007. - 254 с ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.biblioclub.ru/book/67227/>
2. Васильева, А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2005. - 214 с. - ISBN 5-9221-0628-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68123>
3. Ловитт, У.В. Линейные интегральные уравнения / У.В. Ловитт ; ред. Д.А. Райков. - 2-е изд. - Москва : Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1957. - 266 с. - ISBN 978-5-4458-4440-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=213744>
4. Манжиров, А.В. Справочник по интегральным уравнениям / А.В. Манжиров, А.Д. Полянин. - Москва : Физматлит, 2003. - 609 с. - ISBN 5-9221-0288-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82653>
5. Струченков, В.И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В.И. Струченков. - Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 434 с. : ил., схем., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4475-3800-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457743>

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»  
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru);  
<http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/ebs-universitetskaya-biblioteka>

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/elibnew>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

### Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;
- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения.

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации.





Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

**Автор(ы) рабочей программы дисциплины:** доцент кафедры фундаментальной математики, канд. физ.-мат. наук Туртин Д.В.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики  
« 31 » августа 2021 г., протокол № 1

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_1\_\_ от «\_1\_» \_сентября\_\_\_\_\_2023\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_  Еремина Е.В.  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_20\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_ Еремина Е.В.  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_20\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_ Еремина Е.В.  
(подпись)