Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра фундаментальной математики

ОДОБРЕНО:
Руководитель ОП
____________ Е.В.Ерёмина
(подпись)

«_1_»__сентября_______2021 г.

Рабочая программа дисциплины
Дополнительные главы алгебры

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математика

Иваново

1. Цели освоения дисциплины «Избранные вопросы алгебры»:

- получение студентами базовых знаний по теории групп (различные подходы к определению группы, группы преобразований и подстановок, циклические группы, системы образующих в группах, гомоморфизмы групп, вложения групп, смежные классы группы по подгруппе, фактор-группы, теоремы о гомоморфизмах и изоморфизмах групп, прямые произведения групп, структура конечно-порожденных абелевых групп, классы сопряженности в группе, теоремы Силова о конечных группах);
- получение студентами базовых знаний по теории колец (включая теорию конечномерных линейных алгебр над полями, общую теорию колец и модулей над кольцами, теорию радикалов колец), по теории колец и модулей с дополнительными условиями (включая теорию нётеровых и артиновых колец и модулей, теорию вполне приводимых колец и модулей, теорию модульных эндоморфизмов), по другим разделам общей алгебры (включая теорию полей и теорию представлений конечных групп);
- формирование у студентов общей математической культуры, в том числе способности к осмысленному восприятию и воспроизведению абстрактных определений, теорем и их доказательств, а также способности к самостоятельным абстрактным математическим рассуждениям, способности решать задачи теоретического характера по теории колец;
- формирование у студентов навыков научно-исследовательской работы (способности самостоятельно доказывать простые утверждения, выдвигать гипотезы, подтверждать или опровергать их, развивать математическую интуицию).

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Дополнительные главы алгебры» относится к части ОП, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина «Дополнительные главы алгебры» завершает «алгебраический цикл» образовательной программы бакалавриата и способствует научной работе студентов в рамках написания квалификационных работ по алгебраической тематике. На этой дисциплине основаны многие дисциплины алгебраического цикла для магистрантов, а также для аспирантов, работающих по научной специальности 01.01.06 – Математическая логика алгебра и теория чисел.

Дисциплина в некоторой степени опирается на бакалаврскую дисциплину «Алгебры» и на другие математические бакалаврские дисциплины по направлениям «Математика» и «Математика и компьютерные науки».

Для успешного изучения дисциплины «Дополнительные главы алгебры» необходимы «входные» знания и умения в области математики, полученные в процессе обучения по программе бакалавриата, в том числе обучающийся должен

знать линейную алгебру, матричную алгебру и алгебру многочленов в объеме, предусмотренном рабочими программами бакалаврской дисциплны «Алгебра»,

уметь работать с абстрактными алгебраическими системами,

иметь навыки математических рассуждений, достаточный уровень математической культуры.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина

Учебным планом при освоении данной дисциплины предусмотрено формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

- профессиональные (ПК):

ПК-1. Способен применять в научно-исследовательской деятельности знания в области фундаментальной, прикладной математики и (или) основ информационных технологий.

3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения формируемых компетенций.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: фундаментальные понятия, классические результаты (теоремы) с доказательствами, современную проблематику и направления исследований по следующим разделам современной алгебры: теория групп (различные подходы к определению группы, группы преобразований и подстановок, циклические группы, системы образующих в группах, гомоморфизмы групп, вложения групп, теорема Кэли о вложениях, смежные классы группы по подгруппе, индекс подгруппы и теорема Лагранжа, фактор-группы, теоремы о гомоморфизмах и изоморфизмах групп, прямые произведения групп, структура конечно-порожденных абелевых групп, классы сопряженности в группе, номализаторы, теоремы Силова о конечных группах), общая теория колец (включая теорию конечномерных линейных алгебр над полями, общую теорию колец и модулей над кольцами, теорию радикалов колец), теория колец и модулей с дополнительными условиями (включая теорию нётеровых и артиновых колец и модулей, теорию вполне приводимых колец и модулей, теорию модульных эндоморфизмов), другие разделы общей алгебры, включая теорию полей и теорию представлений конечных групп (ПК-1.1).

Уметь: осмысленно воспринимать и воспроизводить абстрактные определения, теоремы и доказательства, логически мыслить, самостоятельно рассуждать и доказывать простые утверждения в области теории колец, устанавливать логические связи между понятиями, корректно формулировать и осмысленно решать учебные задачи теоретического характера, воспроизводить и творчески перерабатывать доказательства классических теорем теории колец и теории полей, обосновывать или опровергать научные гипотезы, четко и ясно излагать в устной и письменной форме математические тексты, в том числе собственные и «чужие» научные результаты (ПК-1.2).

Иметь: навыки работы с абстрактными алгебраическими системами, навыки научно-исследовательской работы в области современной алгебры, высокий уровень математической культуры и интуиции, возникающей на основе глубоких знаний и постоянных размышлений над алгебраической задачей (или проблемой), навыки перехода от интуитивных научных идей к их четкому и ясному изложению в надлежащем виде, достаточный уровень информационной и библиографической культуры в процессе поиска научной информации (ПК-1.3).

4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 10 зачетных единиц (360 академических часов), 3-й семестр - 5 зачетных единиц (180 академических часов), 4-й семестр - 5 зачетных единиц (180 академических часов).

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

№ п/п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак.часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения) Формы промежуточной аттестации
			Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	
1. Введение в теорию групп					
1.1	Группы и подгруппы	3	4	4	
1.2	Группы преобразований	3	2	2	
1.3	Гомоморфизмы групп	3	4	4	
1.4	Циклические группы и порядок элемента группы	3	4	4	
1.5	Системы порождающих в группе	3	2	2	
1.6	Смежные классы группы по подгруппе	3	4	4	
1.7	Фактор-группы и гомоморфизмы групп	3	4	4	
1.8	Прямые произведения групп	3	4	2	
1.9	Строение конечно порожденной абелевой группы	3	4	2	
1.10	Центр группы и классы сопряжённости, первоначальные сведения о конечных группах	3	4	4	
	Итого за 3-й семестр		**36**	**32**	**Экзамен**
1. Введение в теорию колец и модулей					
1.1	Первоначальные сведения о кольцах	4	4	4	
1.2	Линейные алгебры над полем	4	2	2	
1.3	Первоначальные сведения о модулях над кольцами	4	2	2	
1.4	Аннуляторы модулей	4	2	2	
1.5	Радикалы колец	4	4	4	
1.6	Прямые суммы модулей.	4	2	2	

	Свободные модули				
1.7	Нётеровы и артиновы модули и кольца	4	4	2	
1.8	Вполне приводимые модули и кольца	4	2	2	
1.9	Продолжение теории артиновых колец	4	2	2	
1.10	Модульные эндоморфизмы	4	2	2	
1.11	Элементы теории представлений конечных групп	4	4	2	
1.12	Расширения полей	4	4	4	
	Итого за 4-й семестр		34	30	Экзамен
	Итого по дисциплине		70	62	

4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

Раздел 1. Основы теории групп

Тема 1.1. Группы и подгруппы. Полугруппы. Моноиды. Обратимые элементы моноида. Равносильные определения группы. Примеры групп. Абелевы группы. Порядок конечной группы. Группа вычетов. Подгруппы. Описание подгрупп группы Z.

Тема 1.2. Группы преобразований. Отображения множеств. Группа биективных преобразований множества и группа подстановок. Группы биективных преобразований в геометрии. Группы симметрий правильных многоугольников и многогранников.

Тема 1.3. Гомоморфизмы групп. Гомоморфизмы групп, их свойства. Ядро и образ гомоморфизма. Первая теорема о гомоморфизмах групп. Изоморфные группы. Абстрактные свойства групп. Теорема Кэли о вложении произвольной группы в группу преобразований. Линейные группы. Вложение произвольной конечной группы в общую линейную группу.

Тема 1.4. Циклические группы, порядок элемента группы. Порядок элемента группы, его свойства. Выражение порядка степени элемента через порядок этого элемента. Циклическая подгруппа и совпадение её порядка с порядком порождающего элемента. Циклические группы и их описание с точностью до изоморфизма. Теорема о подгруппах циклической группы. Квазициклическая группа и описание её подгрупп.

Тема 1.5. Системы порождающих в группах, группы конечного ранга, коммутант и центр группы. Подгруппы, порождённые множеством элементов – равносильные определения. Системы образующих в группах. Примеры порождающих множеств в группе подстановок и в группе чётных подстановок. Конечно порождённые группы. Локальная цикличность группы Q. Группы конечного общего ранга. Группы конечного специального ранга. Ранг абелевой группы. Описание абелевых групп без кручения ранга 1. Коммутант и центр группы, их вычисление в симметрической и знакопеременной группе, а также в матричных группах.

Тема 1.6. Смежные классы группы по подгруппе. Отношение сравнимости по модулю подгруппы. Левые и правые смежные классы группы G по подгруппе H как классы сравнимости и как множества вида xH и Hx. Равномощность множества всех левых и множества всех правых смежных классов группы по подгруппе. Индекс подгруппы. Теорема Лагранжа о конечных группах. Теорема Эйлера и другие следствия из теоремы Лагранжа. Свойство транзитивности для подгрупп конечного индекса. Теорема Пуанкаре о подгруппах конечного индекса как обобщение теоремы Лагранжа.

Тема 1.7. Фактор-группы и гомоморфизмы групп. Равносильные определения нормальной подгруппы. Нормальность подгруппы индекса 2. Фактор-группа и естественный гомоморфизм. Нормальные подгруппы как ядра групповых гомоморфизмов. Вторая теорема о гомоморфизмах групп. Изоморфное представление квазициклической группы как фактор-группы группы p-ичных дробей по подгруппе целых чисел. Другие примеры, иллюстрирующие вторую теорему о гомоморфизмах групп. Теорема о соответствии подгрупп при эпиморфизме и как следствие теорема о соответствии подгрупп при естественном гомоморфизме. Применение теоремы о соответствии подгрупп при естественном гомоморфизме к описанию подгрупп группы целочисленных вычетов. Теоремы об изоморфизмах групп.

Тема 1.8. Прямые произведения групп. Внешнее и внутреннее прямое произведение конечного числа групп. Связь между этими понятиями и их обобщение на случай бесконечного числа групп. Теорема Ремака. Неразложимые группы. Разложение периодической абелевой группы в прямое произведение примарных компонент.

Тема 1.9. Строение конечно порождённой абелевой группы. Теорема о строении конечной абелевой группы и её следствие – теорема о цикличности мультипликативной группы конечного поля. Теорема о строении конечно порождённой абелевой группы. Свободные абелевы группы.

Тема 1.10. Центр группы и классы сопряжённости, первоначальные сведения о конечных группах. Классы сопряжённости. Описание классов сопряжённости в группах подстановок. Централизатор элемента группы и совпадение его индекса в данной группе с мощностью класса сопряжённости, содержащего этот элемент. Совпадение порядка конечной неабелевой группы с суммой порядка её центра и индексов некоторых её собственных подгрупп. Необратимость теоремы Лагранжа о конечных группах. Теорема Силова о существовании в конечной группе подгрупп примарных порядков. Нетривиальность центра конечной p-группы. Описание конечных групп малых порядков.

<u>Раздел 2. Введение в теорию колец и модулей</u>

Тема 2.1. Первоначальные сведения о кольцах. Понятия кольца, тела, поля. Кольцо многочленов, кольцо формальных степенных рядов, матричные кольца, прямые суммы колец, внешнее присоединение единицы и другие способы построения колец. Левые, правые и двусторонние идеалы, фактор-кольца, гомоморфизмы колец, теоремы о гомоморфизмах и изоморфизмах. Максимальные и минимальные идеалы. Существование максимальных идеалов в кольце с единицей.

Тема 2.2. Линейные алгебры над полем. Определение и примеры линейных алгебр над полем. Групповая алгебра. Алгебра кватернионов. Алгебры с делением. Теорема Фробениуса. Вложение конечно-мерной алгебры в матричную алгебру.

Тема 2.3. Первоначальные сведения о модулях над кольцами. Определение и примеры модуля над кольцом. Кольцо как модуль над самим собой. Подмодули, системы порождающих для модуля, конечно порожденные и циклические модули. Модульные гомоморфизмы, фактор-модули и теоремы о модульных гомоморфизмах. Описание с точностью до изоморфизма всех неприводимых правых модулей над кольцом как фактор-модулей этого кольца по его максимальным правым идеалам.

Тема 2.4. Аннуляторы модулей. Связь между модулями над кольцом и представлениями этого кольца. Аннулятор модуля и его совпадение с ядром соответствующего представления. Теорема о совпадении пересечения всех максимальных правых идеалов кольца с единицей и пересечения аннуляторов всех неприводимых правых модулей над этим кольцом; замечание о том, что указанное пересечение является двусторонним идеалом данного кольца.

Тема 2.5. Радикалы колец. Равносильные определения радикального свойства колец. Примеры радикальных свойств: квазирегулярность и свойство НИЛЬ. Радикалы, соответствующие двум указанным свойствам: радикал Джекобсона и нильрадикал (верхний нильрадикал Кётэ). Включение нильрадикала кольца в радикал Джекобсона этого кольца, совпадение этих радикалов в артиновом кольце, пример кольца, в котором указанное включение является строгим. Характеризация радикала Джекобсона кольца с единицей как пересечения всех максимальных правых (левых) идеалов этого кольца и как пересечения аннуляторов всех неприводимых правых (левых) модулей над этим кольцом.

Тема 2.6. Прямые суммы модулей. Свободные модули. Внешние и внутренние прямые суммы. Теорема Ремака. Различные определения свободного модуля. Базы. Теорема о свободе подмодулей свободного модуля над кольцом главных идеалов. Теорема об инвариантном базовом числе для свободного модуля над коммутативным кольцом.

Тема 2.7. Нётеровы и артиновы модули и кольца. Различные определения нётеровых и артиновых модулей. Замкнутость класса всех нётеровых (артиновых) модулей, относительно подмодулей, фактор-модулей, расширений и конечных прямых сумм. Характеризация нётеровых и одновременно артиновых модулей, как модулей конечной длины (т.е. модулей, обладающих композиционным рядом). Теорема Жордана – Гёльдера. Нётеровы и артиновы кольца (слева и справа). Пример кольца нётерова и артинова слева, которое не нётерово и не артиново справа. Нётеровость (артиновость) конечно порожденного правого модуля над кольцом нётеровым (артиновым) справа. Теорема Гильберта о базисе.

Тема 2.8. Вполне приводимые модули и кольца. Равносильные определения вполне приводимого модуля. Замкнутость класса всех вполне приводимых модулей относительно подмодулей и фактор-модулей. Равносильность артиновости и нётеровости для вполне приводимого модуля. Характеризация вполне приводимых модулей конечной длины как артиновых модулей с нулевым радикалом. Вполне приводимые кольца. Характеризация вполне приводимых колец как артиновых справа колец с нулевым радикалом Джекобсона. Вполне приводимость модуля над вполне приводимым кольцом. Структурная теорема Веддербарна – Артина для вполне приводимых колец (доказательство в разделе 3.10) и её следствия. Теорема Машке о групповой алгебре конечной группы.

Тема 2.9. Продолжение теории артиновых колец. Нильпотентность радикала Джекобсона артинова справа кольца. Артиново справа кольцо как расширение нильпотентного кольца с помощью вполне приводимого кольца. Теорема о нётеровости справа для артинова справа кольца с единицей.

Тема 2.10. Модульные эндоморфизмы. Кольцо модульных эндоморфизмов. Изоморфное представление кольца с единицей модульными эндоморфизмами. Лемма Шура о кольце эндоморфизмов неприводимого модуля. Кольцо эндоморфизмов вполне приводимого модуля конечной длины - как прямая сумма матричных колец над телами. (В качестве следствия из последнего результата получается структурная теорема Веддербарна – Артина).

Тема 2.11. Элементы теории представлений конечных групп. Первоначальные сведения о представлениях групп: эквивалентные представления, подпредставления, неприводимые представления, прямая сумма представлений, теорема Машке, групповая алгебра конечной группы и размерность её центра, модуль представления, равносильность неприводимости представления и неприводимости его модуля. Применение структурной теоремы о вполне приводимых кольцах к доказательству теоремы о числе и размерностях неэквивалентных неприводимых комплексных представлений конечной группы. (Упомянутая структурная теорема позволяет сначала доказать соответствующий результат для модулей над групповой алгеброй.)

Тема 2.12. Расширения полей. Конечные и алгебраические расширения полей. Теорема о строении простого алгебраического расширения. Конечность (алгебраичность) башни расширений с конечными (алгебраическими) этажами. Поле алгебраических чисел. Поле разложения. Конечные поля. Алгебраическое замыкание поля. Теорема о примитивном элементе.

5. Образовательные технологии

Технология проблемного обучения – демонстрация на лекциях и практических занятиях проблемных ситуаций. Проблемы учебного характера как правило формулируются в виде задач и решаются студентами самостоятельно и на практических занятиях под руководством и при поддержке преподавателя. Решение каждой задачи – это не только формулы; оно должно иметь четкую логическую структуру, содержать необходимые доказательства, пояснения, комментарии, ссылки на теоретические факты.

Информационные технологии: технологии смешанного обучения, использование компьютерных презентаций, обеспечение студентов текстами лекций в электронной форме.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов состоит в следующем: еженедельное работа с рукописными и электронными конспектами лекций (материалы выдаются студентам по мере необходимости), изучение литературы указанной в разделе 8 рабочей программы, выполнение домашних заданий (задания выдаются на каждом практическом занятии, и, при необходимости, в системе электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет» https://uni.ivanovo.ac.ru), подготовка к решению задач, предлагаемых на экзамене (разработаны комплекты типовых задач), подготовка к экзаменам (вопросы и другие материалы для сдачи экзаменов доступны каждому студенту как в бумажном виде (в ауд. 326 первого уч. корпуса) так и в системе «Мой университет»). Методические пособия по данному курсу находятся в библиотечных фондах ИвГУ, их выходные данные представлены в **приложениях** к рабочей программе. Там же представлены и другие методические материалы по данной дисциплине.

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Итоговой формой контроля является устный экзамен. Экзаменационный билет содержит 2 вопроса. Кроме того, студенту выдается задача. Ответ на каждый вопрос оценивается отдельно следующим образом.

Критерии и шкала оценки ответа на экзаменационный вопрос.

Если студент демонстрирует знание основных понятий и классических результатов алгебры, входящих в программу экзамена, то оценка должна быть положительной.

Если наряду с перечисленным выше студент осмысленно воспроизводит доказательства математических теорем, четко и аккуратно формулирует математические высказывания, демонстрирует глубокие знания и достаточный уровень математической культуры, то ему выставляется либо оценка «хорошо» либо оценка «отлично».

Если наряду с перечисленным выше студент умеет самостоятельно доказывать математические теоремы на основе глубоких знаний и математической интуиции, способен к научной дискуссии и к самостоятельной исследовательской деятельности в области математики, то ему выставляется оценка «отлично».

Критерии и шкала оценки решения задачи:

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент знает подходы и методы решения предложенной ему задачи, но в процессе решения допустил существенную вычислительную или логическую ошибку.

Оценка «хорошо» ставится, если задача решена правильно (или с незначительной ошибкой, которую студент самостоятельно устранил по ходу ответа), но решение сделано по «формальной схеме» и не подкрепляется глубокими знаниями.

Оценка «отлично» ставится, если задача решена правильно (или с незначительной ошибкой, которую студент самостоятельно устранил по ходу ответа) и при этом решение задачи подкрепляется глубокими знаниями и высоким уровнем математической культуры.

Критерии и шкала итоговой оценки на экзамене.

В качестве итоговой оценки берется результат округления среднего значения следующих трех показателей: оценка ответа на первый экзаменационный вопрос, оценка ответа на второй экзаменационный вопрос, оценка решения задачи.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1.Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL:http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140

2.Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL:http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144

3.Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951

Дополнительная литература:

1.Сборник задач по алгебре : задачник / под ред. А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63274

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет» https://uni.ivanovo.ac.ru

Общероссийский математический портал http://www.mathnet.ru/

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru; http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/ebs-universitetskaya-biblioteka

Электронная библиотека ИвГУ http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/elibnew

Электронный каталог НБ ИвГУ http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование: доска, проектор для презентаций.

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: профессор кафедры фундаментальной математики ИвГУ, доктор физико-математических наук Азаров Дмитрий Николаевич

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики « 31 » августа 2021 г., протокол № 1

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № __1_____ от «_1_» _сентября______2023_ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _ ____________Еремина Е.В.
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _______ от «_____» ______________20 __ г.
Согласовано:
Руководитель ОП_________________ Еремина Е.В.
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _______ от «_____» ______________20 __ г.
Согласовано:
Руководитель ОП ___________________ Еремина Е.В.
(подпись)